СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Безопасность ядерной энергетики. Доклад Межд. консультативной группы по ядерной безопасности. INSAG. Сер. изд. по безопасности № 75-INSAG-5. Вена: МАГАТЭ, 1993. 108 с.
2. Ковалевич О.М., Слуцкер В.П., Кабакчи С.А. и др. Состояние и возможные подходы к нормированию безопасности предприятий ядерного топливного цикла. — Атомная энергия, 1994, т. 76, вып. 4, с. 264—273.
3. Общие положения обеспечения безопасности объектов ядерного топливного цикла (ОПБ ОЯТЦ) НП016-2000. — Вестник Госатомнадзора России, 2000, № 5(11), с. 83—103.
4. Рыбальченко А.И., Пименов М.К., Костин П.П. и др. Глубинное захоронение жидких радиоактивных отходов. М.: ИздАт, 1994. 256 с.

Поступила в Редакцию 2.11.01

УДК 621.039.31

РАЗДЕЛИТЕЛЬНАЯ СПОСОБНОСТЬ ГАЗОВОЙ ЦЕНТРИФУГИ И НЕКОТОРЫЕ ОШИБКИ ЕЕ ОПТИМИЗАЦИИ

Александров О.Е. (Уральский гос. технический университет — УПИ)

Статья продолжает работу [1] и рассматривает физический смысл понятия «разделительная способность» или «разделительная мощность» применительно к оптимизации газовой центрифуги. Ошибочное представление о разделительной способности появилось в публикациях [2—4], там же высказаны и некоторые связанные с ним неверные представления об оптимизации. Цель настоящей работы состоит в разъяснении этой ошибки и представлении оптимизации в терминах разделительной способности.

Используется цилиндрическая система координат, ось OZ которой совпадает с осью вращения ротора. Рассматривается только двумерный случай (r, z), поскольку очевидно, что от угловой координаты ничего не зависит. Разделительную способность дифференциально малого объема внутри ротора будем называть «локальной разделительной способностью».

Кратко изложим представление о локальной разделительной способности из упомянутых работ [2—4]. Предполагается, что газовая центрифуга работает оптимальным образом, если каждый элемент объема ротора производит максимальную работу разделения. Предлагается использовать для расчета разделительной мощности выражение

$$\delta U = \int\limits_{0} \Phi \operatorname{grad}(N) \frac{d^2V}{dN^2}\, dO. \qquad (1)$$

где δU — разделительная способность; Φ — полный диффузионный поток (поток бародиффузии и поток, пропорциональный градиенту концентрации); V — функция ценности, зависимая только от молярной концентрации N. Величину $\Phi \operatorname{grad}(N)$ авторы [2—4] считают локальной работой разделения. Утверждают, что она максимальна при градиенте концентрации, равном половине равновесного градиента, и делают вывод, что оптимальным режимом работы является такой, при котором выполняется условие

$$\operatorname{grad}(N)_{\text{опт}} = 0{,}5\operatorname{grad}(N_{\text{равн}}). \qquad (2)$$

Укажем основные недостатки и ошибки. Во-первых, оптимальна газовая центрифуга с максимальной работой разделения при конечном потоке питания, а не с бесконечно большим потоком питания и бесконечно малым коэффициентом разделения. Во-вторых, выражение (2) как условие оптимума имеет очевидные недостатки. Поскольку оно векторное, то эквивалентно двум равенствам для каждого компонента вектора. Для осевого компонента требуется $\partial N/\partial z = 0$. Следовательно, для достижения оптимума необходимо равенство нулю перепада концентрации вдоль оси ротора, что для центрифуги с отбором и отвалом на торцах ротора эквивалентно равенству нулю коэффициента разделения. В-третьих, поиск максимума для выражения (1) проведен неправильно. Компоненты градиента grad(N) зависимы. Зависимость определяется уравнением диффузии. При пренебрежении этой зависимостью возможно нарушение законов сохранения. Так, прямая подстановка условия (2) в уравнение диффузии приводит к выражению для плотности гидродинамического потока молекул, которое противоречит уравнению непрерывности.

Расчет локальной разделительной способности центрифуги имеет, главным образом, методическую ценность. Но поскольку налицо попытки неудачного использования этого понятия, то следует остановиться на нем подробнее.

Начнем с определения разделительной способности. Согласно классической теории [5] разделительная способность произвольного устройства есть минимальные энергозатраты, которые необходимы для получения из потока питания F смеси концентрацией N_F двух потоков: отбора P и отвала W концентрацией N_P и N_W. Величина потоков и концентрации определяется разделительным процессом и конструкцией устройства. Разделительную мощность можно записать в виде

$$\delta U = PV(N_P) + WV(N_W) - FV(N_F). \tag{3}$$

Здесь использованы числовые потоки и молярная концентрация. Для разделения изотопов урана массовая и молярная концентрация почти эквивалентны, но в общем случае лучше использовать молярную концентрацию. Изменение функции ценности V отражает минимально необходимые энергетические затраты на изменение концентрации единицы количества смеси в процессе разделения. Доказательства универсальности функции ценности для произвольного разделительного процесса отсутствуют. Разделительная мощность, определенная по втекающим и вытекающим из устройств потокам и их концентрации, называется внешней. Можно формально применить уравнение (3) к части разделительного устройства, например, к дифференциально малому объему внутри ротора.

Внешняя разделительная мощность центрифуги может быть представлена как интеграл (1) [6]. Подинтегральное выражение (1) принято называть локальной разделительной способностью, и обычно утверждается, что оно имеет максимум при условии (2). Однако это условие недостижимо, поскольку противоречит закону сохранения массы: уравнениям непрерывности и диффузии, а не потому, что реальная центрифуга несовершенна по конструкции. Выражение (1) справедливо лишь для определенного градиента концентрации, удовлетворяющего уравнениям диффузии и непрерывности, а не при произвольных значениях градиента. Условие же (2) соответствует запрещенной области значений для градиента.

Работа разделения не обращается в нуль при росте потока питания и циркуляции (при стремлении градиента концентрации к бесконечно малому значению). Это лишь кажущееся следствие выражения (1). Работа разделения газовой центрифуги и локальная разделительная способность монотонно возрастают при согласованном росте потока циркуляции и питания и достигают максимума при стремлении этих потоков к бесконечности.

При анализе разделительной способности можно рассматривать два случая: вычисление абсолютного максимума локальной разделительной способности и его суммы по объему ротора как абсолютного максимума разделительной способности центрифуги и вычисление условного максимума разделительной способности центрифуги при ограничениях, наложенных законами сохранения массы. В первом случае дифференциальный элемент объема должен рассматриваться без связи с окружением, во втором должна учитываться взаимосвязь дифференциальных объемов — ограничения, налагаемые уравнениями сохранения и взаиморасположением элементов объема. Последняя задача не может быть рассмотрена без учета способа подвода потока питания и отвода потоков отбора и отвала.

Абсолютный максимум можно вычислить из следующих физических соображений. Работа разделения dA есть действующая на компоненты смеси сила $\mathbf{F}$, умноженная на относительное перемещение компонентов смеси $d\mathbf{L}$, или работа разделения в единицу времени равна силе, умноженной на скорость относительного перемещения компонентов $\mathbf{u}$:

$$\frac{dA}{dt} = \mathbf{F}\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{F}\mathbf{u}.$$

Скорость относительного движения компонентов есть сила, умноженная на подвижность b молекул смеси $\mathbf{u} = b\mathbf{F}$ ($b = D/kT$ [7]). Тогда

$$\frac{dA}{dt} = \frac{D}{kT}\mathbf{F}^2,$$

где D — коэффициент диффузии; k — постоянная Больцмана; T — температура смеси. Здесь необходимо отметить не всегда осознаваемый факт: работа силы всегда положительна, другое дело, как ее интерпретировать. Если доминирует бародиффузионная составляющая, то с течением времени градиент концентрации увеличивается, и это интерпретируется как полезная (положительная) работа по разделению смеси, если же создан достаточно большой градиент концентрации или градиент, не совпадающий по направлению со стационарным градиентом, то он с течением времени уменьшается, и это интерпретируется как смешение (отрицательная работа). В роторе газовой центрифуги при стационарном разделении градиент концентрации не может превысить по модулю равновесное значение, поэтому работа разделения элементарного объема может быть только полезной (положительной).

Выражение для относительной скорости движения компонентов можно получить из уравнения Стефана—Максвелла. Для бинарной смеси в роторе

$$\frac{N_1N_2}{D}(\mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_2) = -\left(\mathrm{grad}(N_1) - \mathrm{grad}(\Delta U)\right) = -\left(\mathrm{grad}(N_1) - \mathbf{e}_r rf\mathrm{grad}(N_1N_2)\right),$$

где ΔU — разность потенциальной энергии молекул компонентов во внешнем поле; $\mathbf{e}_r$ — единичный орт оси OR цилиндрической системы координат; $f = \Delta m\Omega^2/kT$; r — радиальная координата; Δm — разность молекулярной массы компонентов смеси; Ω — угловая скорость вращения ротора. Тогда

$$\mathbf{u} = -D\left(\mathrm{grad}\left(\ln\left[\frac{N}{1-N}\right]\right) + \mathbf{e}_r fr\right); \qquad \mathbf{F} = -kT\left(\mathrm{grad}\left(\ln\left[\frac{N}{1-N}\right]\right) + \mathbf{e}_r fr\right)$$

или

$$\frac{dA}{dt} = kTD\left(\mathrm{grad}\left(\ln\left[\frac{N}{1-N}\right]\right) + \mathbf{e}_r fr\right)^2. \tag{4}$$

Максимума мощность разделения на одну частицу (4) достигает при нулевом градиенте концентрации, т.е. когда максимальное количество смеси обрабатывается при минимальном градиенте:

$$\left(\frac{dA}{dt}\right)_{\text{макс}} = kTD(fr)^2. \tag{5}$$

Интегрирование уравнения (5) по объему ротора высотой H и радиусом R для смеси плотностью ρ даст

$$\delta U_{\max} = kT\rho DH \oint_0^R 2\pi r(fr)^2 dr = 4kT\,\frac{\pi}{2}\,\rho DH\left(\frac{\Delta m(\Omega R)^2}{2kT}\right)^2. \tag{6}$$

Множитель kT приводит разделительную мощность к размерности Дж·кг/с вместо привычной кг/с, что в данном случае несущественно. Абсолютный максимум разделительной способности (6) в 4 раза выше, чем оценка Дирака $\delta U = 0{,}5\pi\rho DH \times \left(\Delta m(\Omega R)^2/2kT\right)^2$. Абсолютный максимум соответствует градиенту концентрации, стремящемуся к нулю (см. переход от уравнения (4) к (5)).

Вычисление условного максимума разделительной способности требует сформулировать критерий оптимальности, который не может сводиться к требованию максимума разделительной мощности для каждой точки в роторе — результатом такой оптимизации будет бесконечный поток питания и нулевой внешний коэффициент разделения. На практике необходим конечный внешний коэффициент разделения, что, в свою очередь, требует конечности потока питания. Разумный критерий можно сформулировать так: оптимальной является газовая центрифуга с максимальным коэффициентом разделения при заданном потоке питания. Эквивалентная формулировка в терминах разделительной мощности: оптимальной является центрифуга с максимальной внешней разделительной мощностью при заданном потоке питания. Первая формулировка яснее и содержит меньше возможности для ошибок. Оптимизация в терминах коэффициента разделения автоматически требует учета места подвода питания и мест отвода отвала и отбора, т.е. учета конструкции центрифуги, вносит аддитивный вклад дифференциально малых частей, т.е. полный перепад концентрации равен сумме перепадов на дифференциально малых элементах, имеет простую схему учета взаимосвязи дифференциально малых элементов объема ротора — оптимален максимальный градиент концентрации по направлению от точки подачи питания к точкам отбора и отвала. И, наоборот, при кажущейся простоте локальной разделительной способности как критерия максимума вторая формулировка вводит в рассмотрение неочевидные факты: не ясно, каково условие максимума локальной разделительной способности для точки, поскольку разделительная способность не является сохраняющейся величиной и внешняя разделительная способность не обязательно является суммой разделительных способностей малых элементов объема. Кажущееся противоречие в определении оптимума между работой [8] и работами [2—4] объясняется ошибками, сделанными авторами последних. При правильном вычислении обе формулировки ведут к единому результату, но вычисление на основе разделительной способности сложнее.

Рассмотрим, как правильно определить оптимум для центрифуги с точки зрения разделительной способности. Выражение (3) предполагает один втекающий в разделительное устройство поток (питание) и два вытекающих потока (отбор и отвал). Это выражение можно обобщить на произвольное число потоков

$$\delta U = \oint_S n\mathbf{v}V(N)\mathbf{n}dS, \tag{7}$$

где $n\mathbf{v}$ — плотность потока молекул смеси; S — замкнутая поверхность, совпадающая с границей разделительного устройства; $\mathbf{n}$ — внешняя единичная нормаль к поверхности разделительного устройства. Выбрав границей внутреннюю поверхность ротора и проинтегрировав уравнение (7), получим тождественное совпадение с уравнением (3).

Заметим, что $n\mathbf{v}$ в уравнении (7) естественным образом делится на две части: транзитную составляющую $n\mathbf{v}_\varphi$, пересекающую границу разделительного устройства, для которой $n\mathbf{v}_\varphi(\mathbf{r} \in S) \neq 0$, и циркуляционную составляющую $n\mathbf{v}_\Psi$, которая обращается в нуль на границе: $n\mathbf{v}_\Psi\,(\mathbf{r} \in S) = 0$. Математически [9] это означает разложение векторного поля $n\mathbf{v}$ на вихревую и потенциальную части $n\mathbf{v} = n\mathbf{v}_\Psi + n\mathbf{v}_\varphi$. Вихревую часть можно представить как ротор некоторого вектора Ψ (векторного потенциала) $n\mathbf{v}_\Psi = \mathrm{rot}(\Psi)$. Для плоского случая $\Psi = \begin{pmatrix} 0 \\ \Psi \\ 0 \end{pmatrix}$. Используя эти определения, уравнение (7) можно переписать в виде

$$\delta U = \oint_S n\mathbf{v}_\varphi V(N)\mathbf{n}dS, \tag{8}$$

уравнение диффузии записать в форме

$$nD\mathrm{div}\left[\begin{pmatrix} 1 & \Psi/nD \\ -\Psi/nD & 1 \end{pmatrix}\mathrm{grad}(N) + \mathbf{e}_r frN(1-N)\right] - n\mathbf{v}_\varphi\,\mathrm{grad}(N) = 0. \tag{9}$$

Тождественность уравнения (9) исходному уравнению диффузии

$$nD\mathrm{div}\Big(\mathrm{grad}(N) + \mathbf{e}_r frN(1-N)\Big) - n\mathbf{v}\,\mathrm{grad}(N) = 0$$

может быть проверена прямым вычислением дивергенции.

Воспользовавшись теоремой о дивергенции, уравнением (9) и уравнением непрерывности

$$\mathrm{div}(n\mathbf{v}) = 0, \tag{10}$$

выражение для внешней разделительной способности (8) можно преобразовать к интегралу по объему O, ограниченному поверхностью S:

$$\delta U = \int_O n\mathbf{v}_\varphi\,\mathrm{grad}(N)\frac{dV}{dN}dO =$$

$$= nD\int_O \mathrm{div}[\overset{\leftrightarrow}{\Psi}\,\mathrm{grad}(N) + \mathbf{e}_r frN(1-N)]\,\frac{dV}{dN}dO, \tag{11}$$

где $\overset{\leftrightarrow}{\Psi} = \begin{pmatrix} 1 & \Psi/nD \\ -\Psi/nD & 1 \end{pmatrix}$. Заметим, что здесь на разделительную мощность наложены условия: выполнение закона сохранения числа частиц в форме (9) и (10). Преобразование уравнения (11) становится несправедливым, если нарушаются законы сохранения. Последнее выражение в уравнении (11) можно представить в виде

$$\delta U = nD\int_O \mathrm{div}\left[(\overset{\leftrightarrow}{\Psi}\,\mathrm{grad}(N) + \mathbf{e}_r frN(1-N))\frac{dV}{dN}\right]dO -$$

$$- nD\int_O \Big[\overset{\leftrightarrow}{\Psi}\,\mathrm{grad}(N) + \mathbf{e}_r frN(1-N)\Big]\mathrm{grad}(N)\,\frac{d^2V}{dN^2}dO. \tag{12}$$

Если первое слагаемое уравнения (12) преобразовать по теореме о дивергенции, то

$$\int_O \mathrm{div}\left[\Big(\overset{\leftrightarrow}{\Psi}\,\mathrm{grad}(N) + \mathbf{e}_r frN(1-N)\Big)\frac{dV}{dN}\right]dO =$$

$$= \oint_S \Big[\overset{\leftrightarrow}{\Psi}\,\mathrm{grad}(N) + \mathbf{e}_r frN(1-N)\Big]\,\frac{dV}{dN}\mathbf{n}dS.$$

Поскольку на поверхности $\Psi = 0$ и диффузионный поток всюду равен нулю, за исключением точек подачи питания, отбора и отвала, а в последних он значительно меньше, чем гидродинамический поток, и им можно пренебречь, то первое слагаемое уравнения (12) мало по сравнению со вторым слагаемым и можно утверждать, что

$$\delta U \approx - nD\int_O \Big[\overset{\leftrightarrow}{\Psi}\,\mathrm{grad}(N) + \mathbf{e}_r frN(1-N)\Big]\mathrm{grad}(N)\,\frac{d^2V}{dN^2}dO.$$

Вычислив явно скалярное произведение, можно показать, что

$$\left[\overleftrightarrow{\Psi}\,\mathrm{grad}(N)\right]\mathrm{grad}(N) \equiv \left[\mathrm{grad}(N)\right]^2$$

или

$$\delta U \approx -nD\int\limits_O \left[\mathrm{grad}(N) + \mathbf{e}_r frN(1-N)\right]\mathrm{grad}(N)\frac{d^2V}{dN^2}\,dO = \int\limits_O \Phi\mathrm{grad}(N)\frac{d^2V}{dN^2}\,dO, \qquad (13)$$

как это уже было найдено ранее [6, 10]. До настоящего момента расхождений с авторами [2—4] почти нет.

Очевидно, что добавление под интеграл (13) произвольной функции координат и концентрации f, удовлетворяющей условию $\int\limits_O f(\mathbf{r})dO = 0$, не изменит равенство (13), поэтому вопрос о том, можно ли выражение $\Phi\mathrm{grad}(N)d^2V/dN^2$ считать локальной разделительной способностью, остается открытым. Комплекс $\Phi\mathrm{grad}(N)d^2V/dN^2$ отражает не только локальную разделительную способность данного элемента, но и его вклад в передачу работы разделения других частей к отбору и отвалу.

Поиск максимума внешней разделительной способности может быть сформулирован как поиск экстремума для $\Phi\mathrm{grad}(N)d^2V/dN^2$. Используя стандартное выражение для разделительного потенциала $V = (2N-1)\ln(N/1-N)$, получим

$$\Phi\mathrm{grad}(N)\frac{d^2V}{dN^2} = \frac{-nD\,[\mathrm{grad}(N) + \mathbf{e}_r frN(1-N)]\mathrm{grad}(N)}{N^2(1-N)^2} =$$

$$= -nD\left\{\mathrm{grad}\left[\ln\left(\frac{N}{1-N}\right)\right] + \mathbf{e}_r fr\right\}\mathrm{grad}\left[\ln\left(\frac{N}{1-N}\right)\right],$$

откуда очевидно, что $\mathrm{grad}\left[\ln(N/1-N)\right]$ является единственным параметром оптимизации. Градиент есть вектор и для плоского случая содержит два компонента. Компоненты вектора не являются независимыми — связь определяется уравнением (9). В уравнении (9) при заданном значении и месте подачи потока питания, отбора и отвала nv_φ является заданной и остается единственный свободный параметр Ψ — внутреннее течение в роторе, которое следует организовать так, чтобы центрифуга работала оптимально.

Уравнение (9) определяет неявную функцию $\partial N/\partial z = f(\partial N/\partial r)$, и об этом следует помнить при поиске экстремума. Выбрав в качестве независимого параметра $\mathrm{grad}(N)$, в работах [2—4] допустили ошибку: $\mathrm{grad}(N)$ — это либо два независимых параметра и поиск экстремума должен вестись в двумерном пространстве, либо, как это есть на самом деле, независимый параметр один, но вычислять производную следует корректно, не отбрасывая $\partial N/\partial z$. Действуя по стандартным правилам взятия производных, получим

$$\frac{d}{d\Psi}\left(\Phi\mathrm{grad}(N)\frac{d^2V}{dN^2}\right) = \left(2\mathrm{grad}(C) + \mathbf{e}_r fr\right)\frac{d\mathrm{grad}(C)}{d\Psi}. \qquad (14)$$

Здесь $C = \ln(N/1-N)$. Необходимое условие экстремума — равенство выражения (14) нулю — может выполняться в трех случаях:

$$\left(2\mathrm{grad}(C) + \mathbf{e}_r fr\right) = 0 \quad \text{или} \quad \begin{cases} \dfrac{\partial N}{\partial r} = -\dfrac{fr}{2}N(1-N), \\ \dfrac{\partial N}{\partial z} = 0; \end{cases} \qquad (15)$$

$$\frac{d\mathrm{grad}(C)}{d\Psi} = 0 \quad \text{или} \quad \begin{cases} \dfrac{d}{d\Psi}\left(\dfrac{\partial N}{\partial r}\right) = 0, \\ \dfrac{d}{d\Psi}\left(\dfrac{\partial N}{\partial z}\right) = 0; \end{cases} \tag{16}$$

$$\left(2\mathrm{grad}(C) + \mathrm{e}_r fr\right) \text{ ортогонален вектору } d\mathrm{grad}(C)/d\Psi. \tag{17}$$

В работах [2—4] обсуждено только первое условие, необходимость равенства нулю $\partial N/\partial z$ вообще не анализировалась.

Для выбора оптимума следует рассмотреть, достижим ли экстремум, минимум это или максимум. Определим, можно ли реализовать условия, при которых будет наблюдаться экстремум.

Условия экстремума (15) наиболее просты, но очевидным образом требуют $\Psi = 0$, т.е. отказа от противоточной центрифуги. Подстановка уравнения (15) в выражение (9) позволяет получить явную связь $n\mathrm{v}$ и N:

$$n\mathrm{v} = -\,\mathrm{e}_r nD\,\frac{d/dr[r^2N(1-N)]}{r^2N(1-N)} = -\,\mathrm{e}_r\,nD\left(\frac{2}{r} + (1-2N)\,\frac{rf}{2}\right). \tag{18}$$

Легко убедиться прямым вычислением, что такое выражение для $n\mathrm{v}$ не удовлетворяет уравнению непрерывности (10):

$$\mathrm{div}(n\mathrm{v}) = -\,nD\left((1-2N)f + \frac{(fr)^2}{2}N(1-N)\right),$$

где $N = \exp\left(-fr^2/4 + \mathrm{const}\right)/1 + \exp\left(-fr^2/4 + \mathrm{const}\right)$; const — константа интегрирования, определяемая из граничных условий. Для $n\mathrm{v}$ в виде уравнения (18) некорректным становится вывод выражения (13), поскольку при преобразовании интеграла в уравнении (11) использовалось уравнение непрерывности в форме (10). Экстремум (15), следовательно, является формальным экстремумом выражения (13) и должен быть отброшен как противоречащий ограничениям (10) и недостижимый. Можно продолжать рассматривать окрестности экстремума как возможный оптимум в том смысле, что состояния поля концентрации, близкие к нему, могли бы быть выгодными. Наибольшее сомнение в этом случае вызывает требование стремления $\partial N/\partial z$ к нулю. Это требование противоречит требованию максимума внешнего коэффициента разделения (внешней разделительной способности) при отборе и отвале с торцов ротора, как это реализовано в противоточной центрифуге.

Второе условие экстремума (16) также требует совместного выполнения двух уравнений. Поскольку очевидно, что с ростом потока циркуляции Ψ производная $\partial N/\partial r$ монотонно снижается, то $\partial N/\partial r = f(\Psi)$ — однозначная функция и для $\partial N/\partial z$ можно провести замену переменных:

$$\frac{d}{d\Psi}\left(\frac{\partial N}{\partial z}\right) = \left[\frac{d}{d(\partial N/\partial r)}\left(\frac{\partial N}{\partial z}\right)\right]\frac{d}{d\Psi}\left(\frac{\partial N}{\partial z}\right).$$

Из равенства нулю $d(\partial N/\partial z)/d\Psi$ следует равенство нулю $d(\partial N/\partial r)/d\Psi$ и наоборот. Иначе говоря, уравнения условия (16) совместимы и могут выполняться одновременно. Эквивалентом условия (16) является любое из двух уравнений, например

$$\frac{d}{d\Psi}\left(\frac{\partial N}{\partial z}\right) = 0. \tag{19}$$

Это условие совпадает с физически прозрачной формулировкой условия оптимальности: оптимальной является центрифуга с максимальным коэффициентом разделения при заданном потоке питания. При отборе и отвале с торцов ротора максимум коэффициента разделения достигается при условии максимума осевого градиента концентрации в каждой точке внутри ротора. Поскольку задача имеет единственный свободный параметр Ψ, то это условие эквивалентно выражению (19). Таким образом, существует второй максимум локальной разделительной способности. Возможность достижения этого максимума исследована и доказана в работе [8], где получено оптимальное распределение Ψ вдоль оси центрифуги. Особенностью этого максимума является зависимость оптимальных параметров течения в роторе от координаты z и потока питания. Значение разделительной способности центрифуги в максимуме достигает оценки Дирака, но только в предельном случае бесконечно большого потока питания и циркуляции [1], при конечных потоках значение разделительной способности всюду меньше оценки Дирака.

Доказательства того, что первый и второй экстремумы есть максимумы, а не минимумы, приведены в работах [2—4] для первого, в работе [8] для второго. Для обоих максимумов предельное значение внешней разделительной мощности совпадает с оценкой Дирака. Прежде чем перейти к анализу третьего экстремума, отметим, что условия реализации первого и второго максимума существенно различаются, что позволяет утверждать, что это различные максимумы.

Смысл третьего условия экстремума (17) не очевиден. Но очевидно, что два различных максимума функции одной переменной должен разделять один минимум. По-видимому, третье условие определяет именно минимум разделительной мощности центрифуги. Исследования минимума не входят в задачи этой работы.

Недостижимость условия (15) позволяет подвергнуть сомнению кажущееся очевидным утверждение, что из выражения (1) следует стремление к нулю локальной разделительной способности при стремлении градиента концентрации к нулю (стремлении потоков к бесконечности). Это противоречит и экспериментальным фактам: внешняя разделительная способность центрифуги монотонно возрастает с ростом потока питания и циркуляции, следовательно, не может уменьшаться и локальная разделительная способность. Несомненно, что разделительная способность центрифуги равна нулю при равновесном градиенте концентрации в роторе и этот градиент достижим при отсутствии движения газа внутри ротора. Абсолютное значение равновесного градиента концентрации является максимальным, при любом увеличении интенсивности течения газа в роторе модуль градиента концентрации может быть только меньше.

Рассмотрим, как будет изменяться разделительная способность с ростом интенсивности течения I при сохранении пространственного распределения потока массы в роторе. Под интенсивностью будем понимать модуль плотности потока массы в некоторой точке. Условие сохранения пространственного распределения потока означает, что отношение интенсивности потока в любой точке ротора к интенсивности потока в выбранной точке сохраняется и сохраняется направление потока. Пусть возбуждено бесконечно малое течение газа в роторе и подан бесконечно малый поток питания. В этом случае работа разделения центрифуги становится положительной. Следовательно, производная локальной разделительной способности по интенсивности течения I в точке $I = 0$ положительна. Для уменьшения разделительной способности необходима смена знака производной, т.е. производная должна обратиться в нуль при некотором значении интенсивности течения I. Производная локальной разделительной способности по интенсивности течения может быть записана в виде (14), где вместо Ψ следует написать I. Условия, при которых (14) обращается в нуль, — это условия (15)—(17).

Условие (15) не может быть выполнено как противоречащее закону сохранения массы. Условие (17) не может быть выполнено, поскольку прежде чем попасть в минимум, должно пройти максимум, так как первоначальная производная положительна. При увеличении интенсивности течения и сохранении его формы условие (16) выполниться не может, поскольку модуль градиента концентрации может только монотонно уменьшаться с ростом интенсивности течения. Следует заметить, что это утверждение не противоречит возможности обращения в нуль производной по Ψ, поскольку Ψ определяет интенсивность только циркуляции, а I определяет интенсивность и циркуляции, и питания. Следовательно, производная локальной разделительной способности по интенсивности течения всегда положительна и локальная разделительная способность монотонно возрастает с увеличением интенсивности течения, т.е. при изменении grad(N) от равновесного до бесконечно малого.

Сказанное полностью согласуется с теорией [8] идеальной центрифуги, в которой показано, что осевой градиент концентрации (коэффициент обогащения) при согласованном росте потока питания F и потока циркуляции уменьшается пропорционально $1/\sqrt{F}$. Внешняя разделительная мощность монотонно возрастает и стремится к конечному пределу, совпадающему при оптимальной циркуляции с оценкой Дирака [1], при стремлении потока питания к бесконечности.

Максимально достижимая локальная разделительная способность не является тривиальным максимумом (15). В частности, ошибкой является попытка [2—4] ввести локальный критерий эффективности как отношение локальной разделительной способности к максимальной локальной разделительной способности, соответствующей первому максимуму (15). Оптимальные параметры потока циркуляции зависят от координаты вдоль оси ротора и определяются требованием максимума градиента концентрации. Оптимальная локальная разделительная способность зависит от координаты вдоль оси ротора.

Таким образом, классическое выражение для локальной разделительной способности центрифуги имеет два максимума, которые реализуются при существенно различных условиях движения газа в роторе. Максимумы имеют одинаковую величину, равную предельной оценке Дирака для разделительной мощности. Один из максимумов (см. условие (2) или (15)) недостижим, поскольку вступает в противоречие с законами сохранения и конструкцией центрифуги. Достижимым при современной конструкции является только максимум разделительной способности, соответствующий максимуму градиента концентрации (коэффициента разделения) при заданном потоке питания. Предел Дирака для разделительной способности центрифуги не может быть достигнут при конечных значениях градиента концентрации, и это следует учитывать при оптимизации центрифуги. При конечном потоке питания достижимый максимум разделительной способности значительно ниже. Разделительная способность современных центрифуг при их номинальных потоках питания всего на 15—20% меньше теоретически достижимой максимальной разделительной способности, а не в 3—4 раза меньше, как это следует из оценки Дирака, если полагать ее применимой при конечных значениях градиента концентрации (конечных потоках питания). Игнорирование этого факта может привести к напрасным затратам на попытки оптимизации газовой центрифуги.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Александров О.Е. Локальная эффективность разделения. — Атомная энергия, 2001, т. 90, вып. 5, с. 378—385.
2. Токманцев В.И. Массовый потенциал центробежного разделения неизотопной бинарной смеси газов. — Труды 6-й Всерос. конф. «Физические и химические процессы при разделении атомов и молекул». Звенигород, 2001.
3. Иванов А.Г., Породнов Б.Т., Селезнев В.Д. и др. Анализ локальной эффективности процесса разделения в роторе игуасской центрифуги. — Труды 5-й Всерос. конф. «Физические и химические процессы при разделении атомов и молекул». Звенигород, 2000, с. 58—63.
4. Ivanov A.G., Porodnov B.T., Seleznev V.D. e.a. Calculation of binary uranium isotope mixture flow in the iguassu centrifuge model considering the rarefied gas region in kinetic terms. — In: Proc. of 7th Intern. Workshop on Separation Phenomena in Liquids and Gases, Moscow, Russia, July 24—29, 2000.
5. Обогащение урана. Под ред. С. Виллани. М.: Энергоатомиздат, 1983. 320 с.
6. Коэн К. Разделение изотопов. — В сб.: Научные и технические основы ядерной энергетики. М: Изд. ин. лит-ры, 1950.

7. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. VI. Гидродинамика. М.: Наука, 1986.
8. Александров О.Е. Идеальная центрифуга. — Журн. техн. физики, 2000, № 9, с. 24—29.
9. Александров О.Е. Применение метода усреднения по радиусу для описания диффузии в газовой центрифуге при неоднородном потоке циркуляции. — Атомная энергия, 1999, т. 86, вып. 3, с. 210—215.
10. Основы теории газовых центрифуг. Инф. бюлл. по материалам зарубежной печати. Сокр. пер. с англ.: Advances in Nucl. Sci. Technol., 1972, v. 6, p. 105—173. М.: Атомиздат, 1973. 51 с.

Поступила в Редакцию 25.10.01

УДК 621.039.573

КОНТРОЛЬ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ РАСПЛАВА ДЕЛЯЩЕГОСЯ МАТЕРИАЛА В ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОМ КАНАЛЕ ИГР С ПОМОЩЬЮ МАЛОГАБАРИТНЫХ ДЕТЕКТОРОВ НЕЙТРОНОВ

Горин Н.В., Кандиев Я.З., Щербина А.Н. (РФЯЦ — ВНИИТФ), Жотабаев Ж.Р., Казьмин Ю.М., Пахниц В.А. (ИАЭ НЯЦ Республики Казахстан), Васильев А.П., Малинкин В.М. (НИКИЭТ), Павшук В.А., Никипорец Ю.Г. (РНЦ «Курчатовский ин-т»)

Исследовательский реактор ИГР [1] является в настоящее время одним из лучших для изучения поведения ТВС энергетических реакторов при моделировании тяжелых аварий — флюенс тепловых нейтронов в экспериментальном канале диаметром 220, высотой около 1400 мм достигает $4\cdot10^{16}$ см$^{-2}$. При проведении экспериментов, связанных с плавлением макетов ТВС, необходимо определять пространственно-временное распределение компонентов расплава. Основные трудности связаны с высокой температурой расплава 2500—3000 °С, уровнем нейтронного и γ-излучения в экспериментальном канале и наличием в измерительном контейнере теплоносителя, который делает невозможным использование оптических методов наблюдения.

Для контроля за перемещением небольшой массы расплавленного диоксида урана обогащением 4—20% в центральном экспериментальном канале ИГР могут использоваться внутризонные малогабаритные камеры деления или комптоновские эмиссионные детекторы нейтронов. Оптимально расположив несколько камер по высоте канала, прокалибровав их соответствующим образом и регистрируя сигналы, которые пропорциональны потоку тепловых нейтронов, можно изучать процессы перемещения расплава. Экстремум сигнала камеры соответствует его прохождению мимо детектора, амплитуда содержит информацию о массе. Методику экспериментального изучения поведения расплава целесообразно предварительно отработать на простых модельных экспериментах, без нагрева модели до высокой температуры и без использования делящихся материалов.

Для этого необходимо изготовить макетные элементы из парафина с добавлением борной кислоты. Размеры каждого макетного элемента соответствуют размерам реального твэла, концентрация борной кислоты подбирается расчетным путем так, чтобы сборка макетных элементов моделировала ТВС в отношении поглощения и отражения тепловых нейтронов, экранировки внутренних слоев наружными и распределения энерговыделения. Поглощение тепловых нейтронов при делении ядра урана имитируется захватом нейтрона ядром бора. При делении образуются вторичные нейтроны, они имеют высокую энергию и, следовательно, малое сечение взаимодействия с ^{235}U. Энерговыделение в диоксиде урана будет определяться делением ^{235}U, в парафине с борной кислотой — радиационным захватом нейтронов ядрами бора. Естественно, что динамика перемещения реального и макетного расплавов будет отличаться, тем не менее подобие процесса перемещения будет обеспечено, если будут совпадать число поглощенных нейтронов и форма распределения поглощенных нейтронов и энерговыделения по объему сборки.